

a) Demuestre razonadamente, a partir de la ecuación de onda, cómo varían la velocidad y la aceleración máxima de oscilación de una onda armónica en las siguientes situaciones: i) se duplica la amplitud sin modificar el periodo; ii) se duplica la frecuencia sin modificar la amplitud.

b) En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación viene dada por:

$$y(x,t) = 0'2 \cos(0'2\pi x + 0'25\pi t + \pi) \quad (\text{S.I.})$$

Calcule razonadamente: i) la frecuencia y la longitud de onda; ii) la velocidad de propagación de la onda, especificando su dirección y sentido de propagación; iii) la velocidad máxima de oscilación de la onda.

FISICA. 2024. JUNIO. EJERCICIO C1

R E S O L U C I O N

a) Sabemos que la ecuación de una onda armónica es: $y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$

$$\text{Velocidad: } v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = A \omega \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \Rightarrow v_{\max} = \pm A \cdot \omega$$

$$\text{Aceleración: } a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -A \omega^2 \sin(\omega t - kx + \varphi_0) \Rightarrow a_{\max} = \pm A \cdot \omega^2$$

i) Si se duplica la amplitud sin variar el periodo, entonces:

$$v_{\max} = \pm 2A \cdot \omega \quad \text{y} \quad a_{\max} = \pm 2A \cdot \omega^2$$

Vemos que ambas se duplican.

ii) Si se duplica la frecuencia sin variar la amplitud, entonces, como $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$, al duplicar la frecuencia se duplica ω , luego: $v_{\max} = \pm A \cdot 2\omega$ y $a_{\max} = \pm A \cdot (2\omega)^2$

Vemos que la velocidad se duplica pero la aceleración de cuadruplica.

b) i) $y(x,t) = 0'2 \cos(0'2\pi x + 0'25\pi t + \pi)$ Identificando coeficientes, tenemos que:

$$\omega = 0'25\pi \text{ rad/s}; \quad k = 0'2\pi \text{ m}; \quad A = 0'2 \text{ m}; \quad \varphi_0 = \pi \text{ rad}$$

i)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0'25\pi}{2\pi} = 0'125 \text{ Hz}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0'2\pi} = 10 \text{ m}$$

ii) Velocidad de propagación: $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 0'125 \cdot 10 = 1'25 \text{ m/s}$

Como se está propagando en el eje X y lo hace en sentido negativo del eje, entonces:

$$\vec{v}_{\text{propagación}} = -1'25 \vec{i} \text{ m/s}$$

iii) $v_{\max}(\text{oscilación}) = \pm A \cdot \omega = \pm 0'2 \cdot 0'25\pi = \pm 0'157 \text{ m/s}$

a) Un rayo de luz monocromática duplica su longitud de onda al pasar del medio 1 al medio 2.
 i) Determine razonadamente la relación entre los índices de refracción de los medios.

ii) Deduzca si el rayo se acerca o aleja de la normal a la superficie y explique si puede darse la reflexión total.

b) Sobre una lámina de caras planas y paralelas, rodeada de aire, incide un rayo de luz monocromática formando un ángulo de 80° con la normal a las superficies de las láminas. La

longitud de onda de rayo en la lámina vale $\frac{3\lambda_0}{4}$, siendo λ_0 la longitud de onda en el aire.

i) Halle el índice de refracción en la lámina. ii) Calcule el ángulo de refracción en la lámina y represente en un esquema la trayectoria del rayo. iii) Obtenga el espesor de la lámina sabiendo que el rayo tarda $5'28 \cdot 10^{-10}$ s en atravesarla. Justifique sus respuestas.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$

FISICA. 2024. JUNIO. EJERCICIO C2

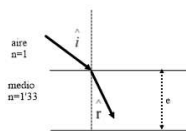
RESOLUCION

a) i) Nos dicen que: $\lambda_2 = 2\lambda_1$, luego:
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\frac{c}{f \cdot \lambda_1}}{\frac{c}{f \cdot \lambda_2}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2\lambda_1}{\lambda_1} = 2 \Rightarrow n_1 = 2n_2$$

ii) Por la Ley de Snell: $n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r}$. Cuando se pasa de un medio con mayor índice de refracción a otro con menor índice de refracción, el ángulo refractado se aleja de la normal y, por lo tanto, es posible que se dé la reflexión total.

b) i)
$$\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{medio}}} = \frac{\lambda_{\text{medio}}}{\lambda_{\text{aire}}} = \frac{\frac{3}{4}\lambda_0}{\lambda_0} = \frac{3}{4} \Rightarrow n_{\text{medio}} = \frac{4}{3} \cdot n_{\text{aire}} = \frac{4}{3} \cdot 1 = 1'33$$

ii)



Por la Ley de Snell: $n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow 1 \cdot \sin 80^\circ = 1'33 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow \sin \hat{r} = 0'7404 \Rightarrow \hat{r} = 47'77^\circ$.

iii) Dentro de la lámina la velocidad del rayo viene dada por:

$$v_{\text{medio}} = \frac{c}{n_{\text{medio}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'33} = 2'25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

La distancia recorrida será: $x = v \cdot t = 2'25 \cdot 10^8 \cdot 5'28 \cdot 10^{-10} = 0'1188 \text{ m}$

Luego, el espesor será: $\cos \hat{r} = \frac{e}{d} \Rightarrow e = d \cdot \cos \hat{r} = 0'1188 \cdot \cos 47'77^\circ = 0'08 \text{ m}$

a) Dos partículas, una de masa m y otra de masa $2m$, unidas a resortes horizontales de igual constante elástica k , describen movimientos armónicos simples de igual amplitud. Determine razonadamente la relación que existe entre: i) la energía mecánica de ambas partículas; ii) la velocidad máxima de oscilación de ambas partículas.

b) Una masa de 3 kg está unida a un muelle de constante elástica de $12 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ sobre una superficie horizontal sin rozamiento. El muelle se alarga 4 cm y se suelta en el instante inicial $t = 0 \text{ s}$. Determine: i) el periodo de oscilación; ii) la expresión de la posición de la masa en función del tiempo; iii) la velocidad y la aceleración para $t = 3'5 \text{ s}$.

FISICA. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO C2

R E S O L U C I O N

a) i)

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{mec}}(m) &= \frac{1}{2} k \cdot A^2 \\ E_{\text{mec}}(2m) &= \frac{1}{2} k \cdot A^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{E_{\text{mec}}(m)}{E_{\text{mec}}(2m)} = 1$$

ii) $x_1 = A \sin \omega_1 t \Rightarrow v_1 = A \omega_1 \cos \omega_1 t \Rightarrow v_{1 \text{ max}} = A \omega_1$

$x_2 = A \sin \omega_2 t \Rightarrow v_2 = A \omega_2 \cos \omega_2 t \Rightarrow v_{2 \text{ max}} = A \omega_2$

Luego: $\frac{v_{1 \text{ max}}}{v_{2 \text{ max}}} = \frac{A \omega_1}{A \omega_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{\frac{k}{2m}}} = \sqrt{2}$

b) Es un movimiento armónico simple

$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$, en $t = 0 \Rightarrow x = A \Rightarrow A = A \sin \theta_0 \Rightarrow 1 = \sin \theta_0 \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

i) $k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow 12 = 3 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$

luego: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ seg}$

ii) $x = 0'04 \sin(2t + \frac{\pi}{2}) \text{ S.I.}$

iii) $v = \frac{dx}{dt} = 0'04 \cdot 2 \cdot \cos(2t + \frac{\pi}{2})$

$v(t = 3'5 \text{ s}) = 0'04 \cdot 2 \cdot \cos(2 \cdot 3'5 + \frac{\pi}{2}) = 0'08 \cos(7 + \frac{\pi}{2}) = -0'053 \text{ m/s}$

$a = \frac{dv}{dt} = -0'04 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin(2t + \frac{\pi}{2})$

$a(t = 3'5 \text{ s}) = -0'04 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin(7 + \frac{\pi}{2}) = -0'121 \text{ m/s}^2$

a) Explique, con ayuda de un esquema, en qué consiste el fenómeno de reflexión total, indicando las condiciones que deben darse para que dicho fenómeno se produzca.

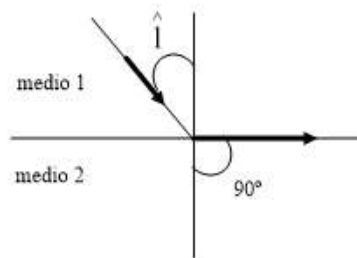
b) Un haz de luz blanca incide, desde el aire, sobre la superficie de un vidrio con un ángulo de 30° con respecto a la normal. Sabiendo que las longitudes de onda en el aire de las componentes azul y roja son, respectivamente, $4'86 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ y $6'56 \cdot 10^{-7} \text{ m}$: i) realice un esquema y calcule el ángulo que forman entre sí los rayos refractados; ii) determine la frecuencia y la longitud de onda en el vidrio de la componente roja.

$$n_{\text{aire}} = 1 ; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ; n_{\text{azul}} = 1'7 ; n_{\text{roja}} = 1'6$$

FISICA. 2024. RESERVA 2. EJERCICIO C2

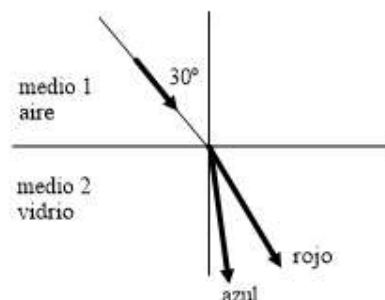
RESOLUCION

a)



La reflexión total consiste en que el rayo refractado sale con un ángulo de 90° con la normal, es decir, se queda en la interfase de los dos medios. El ángulo de incidencia \hat{i} que produce esto se le llama ángulo límite. Para que ocurra este fenómeno debe ocurrir que el ángulo de refracción sea mayor que el ángulo de incidencia. Esto ocurre cuando la velocidad de la onda en el medio 2 es mayor que en el medio 1. Dicho de otra forma, que el índice de refracción del medio 2 sea menor que el del medio 1. Es decir, que el medio 2 es menos denso que el medio 1.

b)



$$f_a = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{4'86 \cdot 10^{-7}} = 6'17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_r = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6'56 \cdot 10^{-7}} = 4'57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

i) Según la Ley de Snell: $\frac{\widehat{\text{sen } i}}{\widehat{\text{sen } r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$

$$\text{Luz roja} \Rightarrow \frac{\widehat{\text{sen } 30^\circ}}{\widehat{\text{sen } r_r}} = \frac{1'6}{1} \Rightarrow \widehat{r_r} = 18'21^\circ$$

$$\text{Luz azul} \Rightarrow \frac{\widehat{\text{sen } 30^\circ}}{\widehat{\text{sen } r_a}} = \frac{1'7}{1} \Rightarrow \widehat{r_a} = 17'10^\circ$$

Luego, el ángulo entre los rayos refractados es: $18'21^\circ - 17'10^\circ = 1'11^\circ$

ii) La frecuencia permanece constante en la refracción, luego: $f_r = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6'56 \cdot 10^{-7}} = 4'57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

$$v_r = \frac{c}{n_r} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'6} = 1'875 \cdot 10^8 \Rightarrow \lambda_r = \frac{v_r}{f_r} = \frac{1'875 \cdot 10^8}{4'57 \cdot 10^{14}} = 4'1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

a) Un rayo de luz viaja por un medio y al llegar a la superficie de separación con otro medio se refracta, alejándose de la normal. Justifique razonadamente: i) en qué medio se propaga el rayo a menor velocidad; ii) en qué medio el rayo tiene mayor longitud de onda.

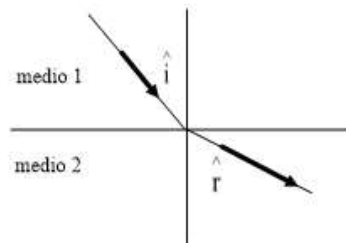
b) Una lámina de vidrio de caras plano-paralelas tiene 10 cm de espesor. Si desde el aire incide sobre el vidrio un rayo de luz con un ángulo de 50° respecto de la normal, calcule razonadamente: i) la velocidad de propagación y el ángulo de refracción del rayo en el vidrio; ii) el tiempo que tarda el rayo en atravesar la lámina.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1; n_{\text{vidrio}} = 1,6$$

FISICA. 2024. RESERVA 3. EJERCICIO C2

RESOLUCION

a)



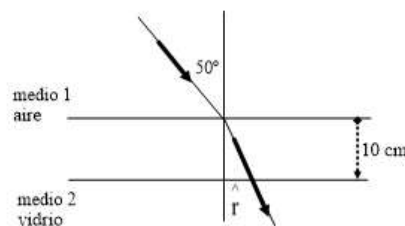
i) Según la Ley de Snell:
$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\hat{r} > \hat{i} \Rightarrow \sin \hat{r} > \sin \hat{i} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} < 1 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} < 1 \Rightarrow v_1 < v_2 \text{ Se propaga con mayor velocidad en el medio 2}$$

ii) Sabemos que $v = \lambda \cdot f$, $v_1 < v_2$ y que f es la misma en los dos medios, luego:

$$\lambda_1 \cdot f < \lambda_2 \cdot f \Rightarrow \lambda_1 < \lambda_2 \text{ Mayor longitud de onda en el medio 2.}$$

b)

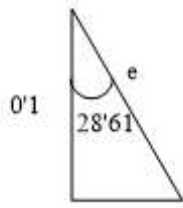


$$i) n_{\text{vidrio}} = \frac{c}{v_{\text{vidrio}}} \Rightarrow v_{\text{vidrio}} = \frac{c}{n_{\text{vidrio}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'6} = 1'875 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Según la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 50^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'875 \cdot 10^8} \Rightarrow \sin \hat{r} = \frac{1'875 \cdot 10^8 \cdot \sin 50^\circ}{3 \cdot 10^8} = 0'4787 \Rightarrow \hat{r} = 28'61^\circ$$

ii)



$$\cos 28'61^\circ = \frac{0'1}{e} \Rightarrow e = 0'1139 \text{ m}$$

$$v_{\text{vidrio}} = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v_{\text{vidrio}}} = \frac{0'1139}{1'875 \cdot 10^8} = 6'07 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

a) Un rayo viaja por un medio de índice de refracción n_1 e incide sobre la superficie de un segundo medio de índice de refracción n_2 . Si se cumple que $n_1 = 3n_2$, determine razonadamente: i) la relación entre las velocidades del rayo en ambos medios; ii) el valor mínimo del ángulo de incidencia para que no se produzca refracción.

b) Un haz de luz monocromática de longitud de onda $8'3 \cdot 10^{-7}$ m se propaga por el aire e incide sobre la superficie de separación con otro medio, formando un ángulo de 30° respecto a la normal. Si al refractarse al segundo medio su longitud de onda pasa a ser $4'8 \cdot 10^{-7}$ m, calcule razonadamente: i) la frecuencia del haz en el segundo medio; ii) el índice de refracción del segundo medio; iii) el ángulo de refracción.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$

FISICA. 2024. RESERVA 4. EJERCICIO C1

RESOLUCION

a)

i) Sabemos que $n_1 = 3n_2$, entonces:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\frac{c}{v_1}}{\frac{c}{v_2}} \Rightarrow \frac{3n_2}{n_2} = \frac{\frac{c}{v_1}}{\frac{c}{v_2}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3$$

ii) Según la Ley de Snell: $\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \hat{i} = \frac{1}{3} \Rightarrow \hat{i} = 19'47^\circ$

b)

i) $f_{\text{aire}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{8'3 \cdot 10^{-7}} = 3'61 \cdot 10^{14}$ Hz, como la frecuencia no cambia al pasar a otro medio, entonces: $f_{\text{aire}} = f_{\text{medio 2}} = 3'61 \cdot 10^{14}$ Hz

ii) $n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4'8 \cdot 10^{-7} \cdot 3'61 \cdot 10^{14}} = 1'73$

iii) Según la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{1'73}{1} \Rightarrow \sin \hat{r} = \frac{\sin 30^\circ}{1'73} = 0'2890 \Rightarrow \hat{r} = 16'8^\circ$$

a) i) Escriba la ecuación general de una onda estacionaria y explique el significado físico de cada una de las magnitudes involucradas, junto con sus unidades en el Sistema Internacional.
ii) ¿Qué son los vientres y nodos de una onda estacionaria?

b) Una onda armónica se propaga con una velocidad de $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en la dirección negativa del eje OX. La frecuencia es de 100 Hz y la amplitud de oscilación es de $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. En el instante inicial, la elongación de la onda en el origen es de $1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Determine: i) el periodo; ii) la longitud de onda; iii) la expresión matemática de la onda.

FISICA. 2024. RESERVA 4. EJERCICIO C2

R E S O L U C I O N

a) i) La ecuación general es: $y(x, t) = 2A \text{ sen } \omega t \cdot \cos kx$

$y(x, t)$ = elongación(m) distancia de un punto a su equilibrio

A = amplitud(m). Máxima elongación.

ω = frecuencia angular (rad/s) oscilaciones en rad por segundo

t = tiempo (s)

k = número de onda (rad/m) oscilaciones en rad por metro

x = posición respecto al foco (m)

ii) Los nodos son los puntos que no vibran nunca, no se mueven. Los vientres son los puntos que vibran al máximo ($2A$), su elongación es máxima y vale 2^a .

b) i) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0'01 \text{ s}$

ii) $v = \lambda \cdot f \Rightarrow 20 = \lambda \cdot 100 \Rightarrow \lambda = \frac{20}{100} = 0'2 \text{ m}$

iii) $y(x, t) = A \text{ sen } (\omega t - kx + \delta)$

$$y(0, 0) = 1 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ sen } (\delta) \Rightarrow \frac{1}{2} = \text{sen } \delta \Rightarrow \delta = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 100 = 200\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0'2} = 10\pi$$

Luego, la ecuación de onda es: $y(x, t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sen} \left(200\pi t + 10\pi x + \frac{\pi}{6} \right)$ (S.I.)

- a) Explique las diferencias entre ondas longitudinales y ondas transversales, proporcionando un ejemplo representativo de cada tipo.
- b) Considere un oleaje que se propaga en el sentido positivo del eje OX. Una boya, situada en $x = 10$ m, describe una oscilación armónica vertical con una amplitud de 0'4 m y un periodo de 2 segundos. La velocidad de propagación de las olas en la superficie del mar es de $0'5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Determine razonadamente: i) la longitud de onda de las olas; ii) la ecuación de onda, asumiendo que, en el instante inicial $t = 0$ s, la altura de la boya es máxima; iii) la velocidad máxima de oscilación de la boya.
- FISICA. 2024. JULIO. EJERCICIO C2**

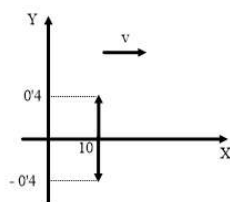
RESOLUCION

a) En las ondas longitudinales la energía se propaga en la misma dirección que la dirección de vibración de los puntos del medio, mientras que en las ondas transversales la dirección de propagación de la energía forma 90° con la dirección de vibración de los puntos del medio. Las ondas longitudinales no se pueden polarizar, mientras que las ondas transversales si se pueden polarizar.

La expresión matemática de una onda transversal: $y(x, t) = A \text{ sen}(\omega t - kx)$ contiene dos variables x e y , mientras que en la expresión matemática de una onda longitudinal: $x(x, t) = A \text{ sen}(\omega t - kx)$ sólo aparece una variable x .

Ejemplo de onda transversal: La luz. Ejemplo de onda longitudinal: El sonido.

b)



$$i) v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 0'5 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

ii)

$$y \left(\begin{matrix} t=0 \\ x=0 \end{matrix} \right) = A = 0'4 \Rightarrow y(x, t) = A \text{ sen}(\omega t - kx + \delta) \Rightarrow 0'4 = 0'4 \text{ sen}(0 - 10k + \delta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \text{sen}(-10 \cdot 2\pi + \delta) \Rightarrow 1 = \text{sen}(-20\pi + \delta) \Rightarrow -20\pi + \delta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \delta = 20'5\pi \text{ radianes}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s} ; k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad/m} ; y(x, t) = 0'4 \text{ sen}(\pi t - 2\pi x + 20'5\pi) \quad \text{S.I.}$$

$$iii) v_{\text{oscilación}} = \frac{dy}{dt} = 0'4\pi \cos(\pi t - 2\pi x + 20'5\pi)$$

$$v \text{ es máxima cuando el coseno} = 1 \Rightarrow v_{\text{oscilación máxima}} = 0'4\pi \text{ m/s} = 1'26 \text{ m/s}$$