

a) Un rayo de luz monocromática duplica su velocidad al pasar de un medio a otro. i) Represente la trayectoria de un rayo que incide con un ángulo no nulo respecto a la normal, y justifique si puede producirse el fenómeno de la reflexión total. ii) Determine razonadamente la relación entre las longitudes de onda de ambos medios.

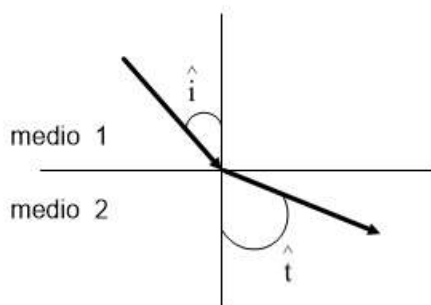
b) Un rayo de luz de  $8'22 \cdot 10^{14}$  Hz se propaga por el interior de un líquido con una longitud de onda de  $1'46 \cdot 10^{-7}$  m. i) Calcule su longitud de onda en el aire. ii) Calcule la velocidad del rayo en el líquido y el índice de refracción del líquido. iii) Si el rayo se propaga por el líquido e incide en la superficie de separación con el aire con un ángulo de  $10^\circ$  respecto a la normal, realice un esquema con la trayectoria de los rayos y calcule los ángulos de refracción y de reflexión.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$

FISICA. 2023. JUNIO. EJERCICIO C2

### RESOLUCION

a) i)



Nos dicen que:  $2v_1 = v_2$

Aplicamos la Ley de Snell.

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{t}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{2v_1} = 0'5 \Rightarrow \sin \hat{i} = 0'5 \cdot \sin \hat{t} \Rightarrow \sin \hat{i} < \sin \hat{t} \Rightarrow \hat{i} < \hat{t} \Rightarrow \text{el rayo se separa de la normal}$$

Se puede producir el fenómeno de la reflexión total, ya que el rayo refractado sale con un ángulo mayor que el de incidencia

$$\frac{\sin \hat{l}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \hat{l} = 0'5 \Rightarrow \hat{l} = 30^\circ \text{ es el ángulo límite.}$$

Luego, para ángulos mayores que  $30^\circ$ , no se produce refracción, se produce reflexión total.

ii)

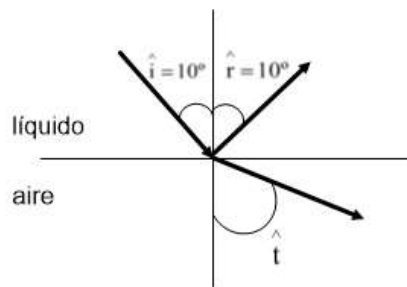
$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{La longitud de onda se duplica en el medio 2.}$$

b) i)  $\lambda_{\text{aire}} = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{8'22 \cdot 10^{14}} = 3'65 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

ii)  $v_{\text{líquido}} = \lambda_{\text{líquido}} \cdot f = 1'46 \cdot 10^{-7} \cdot 8'22 \cdot 10^{14} = 1'2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$n_{\text{líquido}} = \frac{c}{v_{\text{líquido}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'2 \cdot 10^8} = 2'5$$

iii)



Aplicamos la Ley de Snell.

$$\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{t}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\text{sen } 10^\circ}{\text{sen } \hat{t}} = \frac{1}{2'5} \Rightarrow \text{sen } \hat{t} = 2'5 \cdot \text{sen } 10^\circ = 0'4341 \Rightarrow \hat{t} = 25'73^\circ \text{ ángulo de refracción}$$

a) Una onda armónica se propaga por una cuerda tensa. Si duplicamos el periodo sin que varíe la velocidad de propagación, indique razonadamente cómo se modifican: i) la longitud de onda; ii) la frecuencia angular.

b) La ecuación de una onda armónica transversal en una cuerda tensa viene dada por:

$$y(x,t) = 3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}t - \pi x\right) \quad (\text{S.I.})$$

Determine razonadamente: i) la velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de un punto cualquiera; ii) la distancia a la que se encuentran dos puntos de la cuerda si en un instante dado hay entre ellos una diferencia de fase de  $\frac{3\pi}{2}$

**FISICA. 2023. RESERVA 1. EJERCICIO C1**

### RESOLUCION

a) Sabemos que:  $\begin{cases} T^* = 2T \\ v^* = v \end{cases}$

i)  $v^* = v \Rightarrow \frac{\lambda^*}{T^*} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \frac{\lambda^*}{2T} = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda^* = 2\lambda$  Luego,  $\lambda$  se duplica

ii)  $T^* = 2T \Rightarrow \frac{2\pi}{\omega^*} = 2 \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega^* = \frac{\omega}{2}$  Luego, se reduce a la mitad

b) i)  $y(x,t) = 3 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}t - \pi x\right)$  Identificando coeficientes, tenemos que:

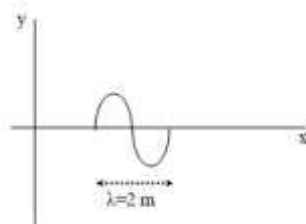
$$\omega = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s} \qquad k = \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

Velocidad de propagación:  $v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ m/s}$

$v_{\text{vibración}} = \frac{dy}{dt} = 3 \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \pi x\right)$  es máxima cuando el coseno vale 1, luego:

$$v_{\text{vibración máxima}} = \frac{3\pi}{2} \text{ m/s}$$

ii)



$$\text{La distancia es: } \left. \begin{array}{l} 2 \text{ m} \rightarrow 2\pi \text{ rad} \\ x \rightarrow \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1'5 \text{ m}$$

a) Un rayo de luz pasa de un medio a otro, observándose que en el segundo medio se desvía alejándose de la normal. Justifique: i) en qué medio se propaga el rayo con mayor velocidad; ii) en qué medio tiene menor longitud de onda.

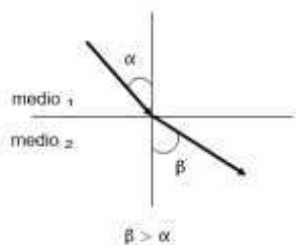
b) Un rayo de luz está propagándose inicialmente en el interior de un material plástico. Cuando incide sobre la superficie que separa este material del aire con un ángulo superior a  $35^\circ$  respecto a la normal se produce reflexión total. i) Calcule de forma justificada, y apoyándose en un esquema, el índice de refracción del plástico. ii) Determine la velocidad, la frecuencia y la longitud de onda del rayo de luz en el interior del plástico sabiendo que su longitud de onda en el aire es de  $6'5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ .

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$

**FISICA. 2023. RESERVA 1. EJERCICIO C2**

### RESOLUCION

a) i)



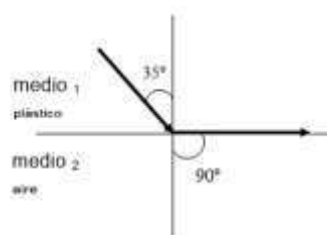
Según la Ley de Snell:  $\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = \frac{v_1}{v_2}$ ; como  $\beta > \alpha \Rightarrow \text{sen } \beta > \text{sen } \alpha \Rightarrow \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} < 1 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} < 1 \Rightarrow v_1 < v_2$

Se propaga con más velocidad en el medio 2.

ii) Como  $v = \lambda \cdot f$  y  $f$  es igual en los dos medios, tenemos que:  $v_1 < v_2 \Rightarrow \lambda_1 \cdot f < \lambda_2 \cdot f \Rightarrow \lambda_1 < \lambda_2$

Tiene menor longitud de onda en el medio 1.

b)



i) Según la Ley de Snell:  $\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\text{sen } 35^\circ}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{n_1} \Rightarrow n_1 = 1'743$

ii) En plástico:  $n_1 = \frac{c}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{1'743} = 1'72 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

En el aire:  $c = \lambda \cdot f \Rightarrow f_{\text{aire}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6'5 \cdot 10^{-7}} = 4'62 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

En el plástico:  $v_1 = \lambda \cdot f_{\text{plástico}} \Rightarrow 1'72 \cdot 10^8 = 6'5 \cdot 10^{-7} \cdot f_{\text{plástico}} \Rightarrow f_{\text{plástico}} = 3'72 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

a) i) Escriba la ecuación de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa en el sentido negativo del eje OX y que tiene una fase inicial no nula. Identifique cada una de las magnitudes que aparecen en la expresión. ii) Explique la diferencia entre la velocidad de propagación y la velocidad de vibración de un punto de la cuerda y escriba sus ecuaciones para esta onda.

b) En una cuerda tensa con sus extremos fijos se ha generado una onda de ecuación:

$$y(x, t) = 0'2 \text{ sen}(3\pi x) \cos(6\pi t) \quad (\text{S.I.})$$

i) Determine la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas armónicas cuya superposición da lugar a la onda anterior. ii) Calcule razonadamente la distancia entre dos nodos consecutivos y la distancia entre un vientre y un nodo consecutivos.

**FISICA. 2023. RESERVA 2. EJERCICIO C1**

### R E S O L U C I O N

a) i) La ecuación es:  $y(x, t) = A \text{ sen}(\omega t + kx + \delta)$

$$y(x, t) = \text{Elongación (m)} \quad A = \text{Amplitud (m)} \quad \omega = \text{frecuencia angular (rad/s)}$$

$$t = \text{variable tiempo (s)} \quad + = \text{sentido positivo} \quad k = \text{número de onda (rad/m)}$$

$$x = \text{variable posición (m)} \quad \delta = \text{fase inicial (rad)}$$

ii) La velocidad de propagación de la onda es la velocidad constante con la que se mueve el frente de onda, se calcula como:  $v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}$ . Mientras que la velocidad de vibración de un punto es la velocidad variable con la que un punto oscila en torno a su posición de equilibrio. La velocidad de propagación tiene dirección en el eje X y la velocidad de vibración tiene dirección en el eje Y.

$$v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\lambda \omega}{2\pi} = \frac{\frac{2\pi}{k} \omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} \quad v_{\text{vibración}}(x_0) = \frac{dy(x_0)}{dt} = A \omega \cos(\omega t + kx_0 + \delta)$$

b)  $y(x, t) = 2A \text{ sen} kx \cos \omega t = 0'2 \text{ sen} 3\pi x \cos 6\pi t$

i) Identificando coeficientes, tenemos que:  $k = 3\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}$  m longitud de onda

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{6\pi}{3\pi} = 2 \text{ m/s velocidad de las ondas viajeras}$$

ii) nodo  $\rightarrow$  no vibra nunca  $\rightarrow$

$$y(x, t) = 0 = 0'2 \text{ sen} 3\pi x \cos 6\pi t \Rightarrow \text{sen} 3\pi x = 0 \text{ siempre} \Rightarrow 3\pi x = 0, \pi, 2\pi, \dots \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\pi x = n\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \Rightarrow \begin{cases} 1^{\text{er}} \text{ nodo: } 3\pi x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ m} \\ 2^{\text{o}} \text{ nodo: } 3\pi x = \pi \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ m} \end{cases}$$

La distancia entre dos nudos consecutivos es:  $\frac{1}{3}$  m

La distancia entre nodo y vientre es:  $\frac{\lambda}{4} = \frac{\frac{2}{3}}{4} = \frac{1}{6}$  m

a) Un rayo de luz reduce su velocidad a la mitad al pasar de un medio a otro. i) Determine razonadamente la relación entre los índices de refracción de ambos medios. ii) Represente la trayectoria de un rayo que incide con un ángulo no nulo con respecto a la normal, y justifique si puede producirse el fenómeno de reflexión total.

b) Un rayo de luz con una longitud de onda de  $5'5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$  que se propaga a través del aire incide sobre la superficie de un objeto de vidrio. Como consecuencia, la longitud de onda del rayo en el vidrio cambia a  $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ . i) Calcule su frecuencia y la velocidad de propagación en el vidrio. ii) Sabiendo que el rayo sale refractado formando un ángulo de  $30^\circ$  con respecto a la normal, realice un esquema con la trayectoria de los rayos y determine razonadamente el ángulo de incidencia.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$

**FISICA. 2023. RESERVA 2. EJERCICIO C2**

**R E S O L U C I O N**

a) i) Según la Ley de Snell:  $\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{v_1}{\frac{v_1}{2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = 2$

ii)  $\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = 2 > 1 \Rightarrow \sin \hat{i} > \sin \hat{r} \Rightarrow \hat{i} > \hat{r}$

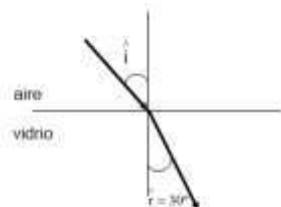
No se puede producir reflexión total ya que el ángulo  $\hat{r}$  debería valer  $90^\circ$ , pero como  $\hat{i} > \hat{r}$ , no hay esa posibilidad. Dicho de otra forma, el rayo refractado se acerca a la línea normal y para que existiera reflexión total el rayo refractado debería separarse de la normal de manera que  $\hat{i} < \hat{r}$

b) i) En el aire:  $c = \lambda \cdot f \Rightarrow f_{\text{aire}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5'5 \cdot 10^{-7}} = 5'45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

$$f_{\text{vidrio}} = f_{\text{aire}} = 5'45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$v_{\text{vidrio}} = \lambda \cdot f_{\text{vidrio}} = 5 \cdot 10^{-7} \cdot 5'45 \cdot 10^{14} = 2'725 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

ii)



Según la Ley de Snell:  $\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}}{\sin 30^\circ} = \frac{3 \cdot 10^8}{2'725 \cdot 10^8} \Rightarrow \sin \hat{i} = 0'5504 \Rightarrow \hat{i} = 33'4^\circ$

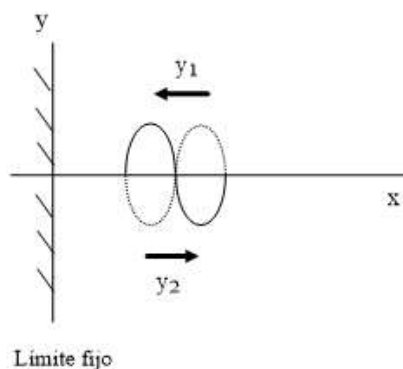
a) Indique las características que deben tener dos ondas que se propagan por una cuerda tensa para que la superposición de ambas origine una onda estacionaria. Escriba las ecuaciones de dichas ondas y de la onda estacionaria resultante.

b) Una cuerda vibra de acuerdo a la ecuación:  $y(x,t) = 10 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \cos(20\pi t)$  (S.I.) Calcule razonadamente: i) la longitud de onda y la distancia entre el segundo y el quinto nodo; ii) la velocidad de vibración del punto situado en  $x = 4'5$  m en el instante  $t = 0'4$  s.

**FISICA. 2023. RESERVA 3. EJERCICIO C2**

### RESOLUCION

a)



Las dos ondas deben ser idénticas pero propagándose en sentidos opuestos.

$$y_1 = A \operatorname{sen}(\omega t + kx)$$

$$y_2 = -A \operatorname{sen}(\omega t - kx)$$

$$\begin{aligned} y_{\text{resultante}} &= y_1 + y_2 = A \operatorname{sen}(\omega t + kx) - A \operatorname{sen}(\omega t - kx) = \\ &= A \operatorname{sen} \omega t \cdot \cos kx + A \operatorname{sen} kx \cdot \cos \omega t - (A \operatorname{sen} \omega t \cdot \cos kx - A \operatorname{sen} kx \cdot \cos \omega t) = \\ &= 2A \operatorname{sen} kx \cdot \cos \omega t \end{aligned}$$

b)  $y(x,t) = 10 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \cos(20\pi \cdot t)$

i) Identificando coeficientes, tenemos que:  $k = \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 6$  m longitud de onda

Distancia entre dos nodos consecutivos  $= \frac{\lambda}{2} = 3$  m. La distancia entre el 2º nodo y el 5º nodo es 9 m

ii)  $v_{\text{vibración}} = \frac{dy}{dt} = -10 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot 20\pi \operatorname{sen}(20\pi t)$

$$v_{\text{vibración}} \left( \begin{array}{l} x = 4'5 \text{ m} \\ t = 0'4 \text{ s} \end{array} \right) = -200\pi \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3} \cdot 4'5\right) \cdot \operatorname{sen}(20\pi \cdot 0'4) = -200\pi \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3} \cdot 4'5\right) \cdot \operatorname{sen}(8\pi) = 0 \text{ m/s}$$

- a) i) Escriba la ecuación de una onda estacionaria definiendo qué son los nodos y los vientres.  
ii) Deduzca la posición de los nodos y los vientres en función de la longitud de onda.

b) Por una cuerda tensa se propaga una onda armónica cuya ecuación es:

$$y(x, t) = 3 \text{ sen}(0'5 \pi t - \pi x) \quad (\text{S.I.})$$

Determine razonadamente: i) la velocidad máxima de vibración de un punto de la cuerda; ii) el valor de la aceleración para el punto  $x = 1 \text{ m}$  para  $t = 4 \text{ s}$ .

**FISICA. 2023. RESERVA 4. EJERCICIO C1**

### R E S O L U C I O N

a) i) La ecuación de la onda estacionaria es:  $y(x, t) = 2A \text{ sen}(kx) \cdot \cos(\omega t)$

$y(x, t)$  = Elongación (m)

$A$  = Amplitud (m)

$\omega$  = frecuencia angular (rad/s)

$t$  = variable tiempo (s)

$k$  = número de onda (rad/m)

$x$  = variable posición (m)

Los nodos son los puntos del medio que nunca vibran. Los vientres son los puntos del medio que vibran al máximo con elongación  $2^a$ .

ii) Nodos:  $y(x, t) = 0 \Rightarrow 2A \text{ sen}(kx) \cdot \cos(\omega t) = 0 \Rightarrow \text{sen } kx = 0 \Rightarrow kx = 0, \pi, 2\pi, \dots$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = n \cdot \pi \Rightarrow x = \frac{n \cdot \lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Vientres: entre nodo y nodo hay un vientre

$$\text{nodo}_1 = 0 ; \text{nodo}_2 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \text{vientre}_1 = \frac{\lambda}{4}$$

$$\text{nodo}_2 = \frac{\lambda}{2} ; \text{nodo}_3 = \lambda \Rightarrow \text{vientre}_2 = \frac{3\lambda}{4} \Rightarrow x = \frac{2n+1}{4} \lambda \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\text{nodo}_3 = \lambda ; \text{nodo}_4 = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow \text{vientre}_3 = \frac{5\lambda}{4}$$

b)  $y(x, t) = 3 \text{ sen}(0'5 \pi t - \pi x)$

i)  $v_{\text{vibración}} = \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 0'5 \pi \cos(0'5 \pi t - \pi x)$

$$v_{\text{vibración máxima}} = 3 \cdot 0'5 \pi = 1'5 \pi \text{ m/s}$$

ii)  $a = \frac{dv}{dt} = -3 \cdot 0'5 \pi \cdot 0'5 \pi \text{ sen}(0'5 \pi t - \pi x)$

$$a \left( \begin{matrix} x = 1 \\ t = 4 \end{matrix} \right) = -3 \cdot 0'5 \pi \cdot 0'5 \pi \text{ sen}(2\pi - \pi) = 0 \text{ m/s}^2$$

a) Un rayo de luz pasa del aire a otro medio con un índice de refracción mayor. Razone cómo cambian el ángulo con la normal, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) Un haz de luz con una longitud de onda de  $5'5 \cdot 10^{-7}$  m que se propaga a través del aire incide sobre la superficie de un material transparente. El haz incidente forma un ángulo de  $40^\circ$  con la normal, mientras que el haz refractado forma un ángulo de  $26^\circ$  con la normal. i) Realice un esquema con la trayectoria de los rayos y calcule el índice de refracción del material. ii) Determine razonadamente su longitud de onda en el interior del mismo.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ; n_{\text{aire}} = 1$$

FISICA. 2023. JULIO. EJERCICIO C1

### RESOLUCION

a)

La velocidad de propagación disminuye, ya que:  $n_1 < n_2 \Rightarrow \frac{c}{v_1} < \frac{c}{v_2} \Rightarrow v_2 < v_1$

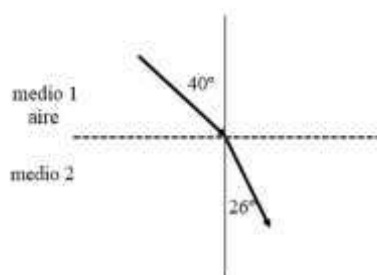
La frecuencia es constante, no varía (las oscilaciones a ambos lados de la interfase son iguales)

La longitud de onda disminuye, ya que:  $v_2 < v_1 \Rightarrow \lambda_2 \cdot f < \lambda_1 \cdot f \Rightarrow \lambda_2 < \lambda_1$

El ángulo con la normal disminuye, es decir, el rayo se acerca a la normal, ya que por la Ley de

$$\text{Snell: } \frac{\hat{\text{sen}} \hat{i}}{\hat{\text{sen}} \hat{t}} = \frac{v_1}{v_2} > 1 \Rightarrow \hat{\text{sen}} \hat{i} > \hat{\text{sen}} \hat{t} \Rightarrow \hat{i} > \hat{t}$$

b)



$$\text{i) Ley de Snell: } \frac{\text{sen } 40^\circ}{\text{sen } 26^\circ} = \frac{c}{v_2} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow n_2 = 1'466$$

$$\text{ii) } v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'466}$$

$$\text{En el aire: } c = \lambda_a \cdot f \Rightarrow f = \frac{3 \cdot 10^8}{5'5 \cdot 10^{-7}}$$

$$\text{Como } f \text{ es constante, entonces, en el medio 2: } v_2 = \lambda_2 \cdot f \Rightarrow \lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{\frac{1'466}{3 \cdot 10^8}} = 3'75 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$