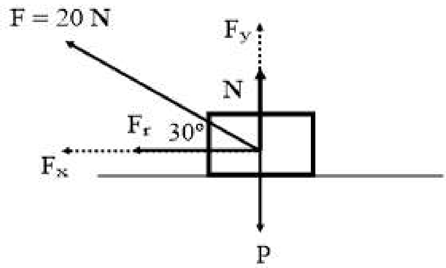
a) Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) El trabajo total realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica. ii) Siempre que actúen fuerzas no conservativas la energía mecánica varía.
b) Un bloque de masa 150 kg desliza por una superficie horizontal con rozamiento. El bloque se mueve hacia la derecha con velocidad inicial de $3\ m \cdot s^{-1}$. Sobre el bloque actúa una fuerza de módulo 20 N dirigida hacia la izquierda y que forma un ángulo de 30º sobre la horizontal, recorriendo 25 m hasta detenerse. i) Realice un esquema de las fuerzas ejercidas sobre el bloque. ii) Calcule las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica del bloque en el trayecto descrito. iii) Calcule el trabajo realizado por cada una de las fuerzas aplicadas sobre el bloque. $g = 9'8\ m \cdot s^{-2}$
FISICA. 2024. JUNIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a) i) Verdadera. En un sistema en el que actúan fuerzas no conservativas, el trabajo realizado por estas fuerzas es igual a la variación de la energía mecánica. Esto es debido a que las fuerzas no conservativas transforman la energía mecánica en otras formas de energía que salen del sistema.
ii) Falsa. Por ejemplo: Un coche va con velocidad constante sobre una carretera horizontal. Hay rozamiento, con lo cual actúa una fuerza no conservativa. Como la velocidad es constante, la energía cinética es constante. Como va por una carretera horizontal, la energía potencial gravitatoria es constante. Luego, la energía mecánica es constante.
b) i)



ii) La energía potencial no varía ya que el cuerpo permanece a la misma altura $\Delta E_p = 0$ Julios

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = 0 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}150 \cdot 3^2 = -675 \text{ Julios}$$

$$\Delta E_m = \left(E_{cf} + E_{pf}\right) - \left(E_{ci} + E_{pi}\right) = -675 \text{ Julios}$$

iii) Calculamos el trabajo de cada fuerza $W_{fuerza} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$

La normal y el peso son perpendiculares a la dirección del movimiento, por lo tanto, su trabajo es nulo.

La fuerza aplicada se divide en sus dos componentes, F_y que no ejerce trabajo y F_x que si ejerce trabajo

$$W_{F_x} = F_x \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = 20 \cdot \cos 30º \cdot 25 \cdot \cos 180º = -\ 433 \text{ Julios}$$

El incremento de la energía mecánica se debe a las dos fuerzas no conservativas (F_{roz} y $F = 20\,N$), luego: $\Delta E_m = W_{F_x} + W_{F_{roz}} \Rightarrow -675 = -433 - W_{F_{roz}} \Rightarrow W_{F_{roz}} = -242$ Julios

a) i) Deduzca razonadamente la expresión de la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de un planeta. ii) La masa y el radio de la Tierra son 81 y 3'67 veces la masa y el radio de la Luna, respectivamente. ¿Qué relación existe entre las velocidades de escape desde las superficies de la Tierra y la Luna?. Razone su respuesta.
b) Se desea poner alrededor de Júpiter un satélite artificial en órbita circular estacionaria (igual periodo que el planeta). Un día en Júpiter es 0'41 veces el día terrestre y la masa de Júpiter es 318 veces la de la Tierra. Determine: i) el radio orbital alrededor de Júpiter; ii) la relación que existe entre los radios orbitales de dos satélites que orbitan estacionariamente alrededor de la Tierra y de Júpiter.

$\mathbf{G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}\ ;\ M_{Júpiter} = 1'9\cdot 10^{27}\ kg\ ;\ T_{Tierra} = 24\,h}$

FISICA. 2024. JUNIO. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) La velocidad de escape de un planeta es la velocidad mínima que hay que comunicar a un cuerpo de masa m para que salga del campo gravitatorio de un planeta, es decir, llegar al infinito.
i) En ausencia de rozamiento, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A) = E_m(+\infty) \Rightarrow E_{pg}(A) + E_c(A) = \cancel{E_{pg}(+\infty)} + \cancel{E_c(+\infty)} = 0$$

$$\left(-G\cdot\frac{M\cdot m}{R}\right) + \frac{1}{2}m\cdot v_{escape}^2 = 0 \Rightarrow v_{escape} = \sqrt{\frac{2G\cdot M}{R}}$$

ii) Sabemos que $M_T = 81M_L$ y $R_T = 3'67\,R_L$, luego:

$$\frac{v_{escape}(T)}{v_{escape}(L)} = \frac{\sqrt{\dfrac{2G\cdot M_T}{R_T}}}{\sqrt{\dfrac{2G\cdot M_L}{R_L}}} = \frac{\sqrt{\dfrac{M_T}{R_T}}}{\sqrt{\dfrac{M_L}{R_L}}} = \frac{\sqrt{\dfrac{81M_L}{3'67R_L}}}{\sqrt{\dfrac{M_L}{R_L}}} = \sqrt{\frac{81}{3'67}} \simeq 4'7 \Rightarrow v_{escape}(T) = 4'7\,v_{escape}(L)$$

b) Sabemos que

$$M_J = 318M_T \ \text{ y }\ 1\,\text{día}\,(J) = 0'41\,\text{día}(T) \Rightarrow T(J) = 0'41T(T) = 0'41\cdot 24\cdot 3600 = 35.424\ s$$

luego:
i)

$$\left.\begin{array}{l} F_g = m\cdot a_n \Rightarrow \dfrac{G\cdot M\cdot m}{R^2} = \dfrac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = \dfrac{G\cdot M}{R} \\ T = \dfrac{2\pi R}{v} \Rightarrow v = \dfrac{2\pi R}{T} \Rightarrow v^2 = \dfrac{4\pi^2R^2}{T^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{R} = \frac{4\pi^2R^2}{T^2} \Rightarrow R^3 = \frac{G\cdot M\cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M\cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 1'9\cdot 10^{27}\cdot (35.424)^2}{4\pi^2}} = 1'59\cdot 10^{8}\ m$$

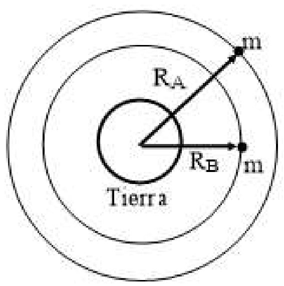
ii)

$$\frac{R_J}{R_T} = \frac{\sqrt[3]{\dfrac{G\cdot M_J\cdot T_J^2}{4\pi^2}}}{\sqrt[3]{\dfrac{G\cdot M_T\cdot T_T^2}{4\pi^2}}} = \frac{\sqrt[3]{M_J\cdot T_J^2}}{\sqrt[3]{M_T\cdot T_T^2}} = \frac{\sqrt[3]{318M_T\cdot(0'41T_T)^2}}{\sqrt[3]{M_T\cdot T_T^2}} = \sqrt[3]{318\cdot 0'41^2} = 3'76 \Rightarrow R_J = 3'76\cdot R_T$$

a) Dos satélites, A y B, describen órbitas circulares concéntricas alrededor de la Tierra. Razone cuál de los dos tiene mayor energía cinética en las siguientes situaciones: i) sus masas son iguales y el radio orbital de A es mayor que el de B; ii) los dos satélites están en la misma órbita y la masa de A es menor que la de B.
b) Dos masas puntuales de 10 y 5 kg están situadas en los puntos $A(0,3)\,m$ y $B(4,0)\,m$, respectivamente. i) Realice un esquema del campo gravitatorio producido por cada una de las masas en el punto $C(4,3)\,m$ y calcule su valor en dicho punto. ii) Determine el trabajo necesario para desplazar una tercera masa de 4 kg desde el punto C hasta el punto $O(0,0)\,m$. Discuta el signo del trabajo.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$
FISICA. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

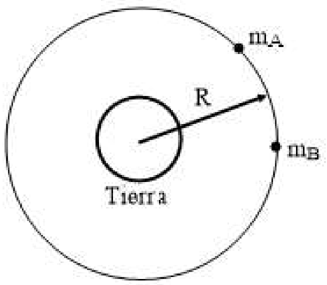
a) i)



Sabemos que: $E_c = \frac{1}{2} m\, v^2_{orbital} = \frac{1}{2} m\cdot G \frac{M_T}{R}$, luego:

$$\frac{E_c(A)}{E_c(B)} = \frac{\frac{1}{2} m\cdot G\frac{M_T}{R_A}}{\frac{1}{2} m\cdot G\frac{M_T}{R_B}} = \frac{R_B}{R_A} < 1 \text{ ya que } R_B < R_A \Rightarrow E_c(A) < E_c(B)$$

Luego, tiene más energía cinética el satélite que está más cerca de la Tierra.
ii)

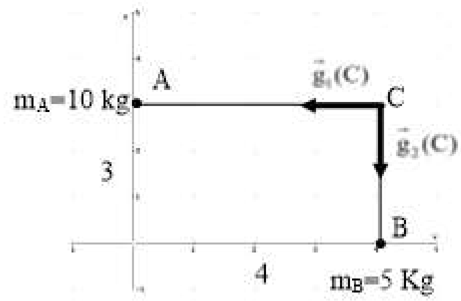


Sabemos que: $m_A < m_B$, luego:

$$\frac{E_c(A)}{E_c(B)}=\frac{\frac{1}{2}m_A\cdot G\frac{M_T}{R}}{\frac{1}{2}m_B\cdot G\frac{M_T}{R}}=\frac{m_A}{m_B}<1\Rightarrow E_c(A)<E_c(B)$$

Luego, tiene más energía cinética el satélite que tiene más masa

b) i)



Principio de superposición: $\vec{g}(C)=\vec{g}_1(C)+\vec{g}_2(C)$

$$\left|\vec{g}_1(C)\right|=G\frac{m_1}{r_1^2}=6,67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{10}{4^2}=4'17\cdot 10^{-11}$$

$$\left|\vec{g}_2(C)\right|=G\frac{m_2}{r_2^2}=6,67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{5}{3^2}=3'71\cdot 10^{-11}$$

Luego, $\vec{g}(C)=-4'17\cdot 10^{-11}\ \vec{i}-3'71\cdot 10^{-11}\ \vec{j}\quad m/s^2$

ii) Sabemos que, al ser las fuerzas gravitatorias fuerzas conservativas:

$$\underset{C\rightarrow O}{W(\vec{F}_g)}=-\left[E_{pg}(O)-E_{pg}(C)\right]$$

Principio de superposición:

$$E_{pg}(O)=E_{pg1}(O)+E_{pg2}(O)=-G\frac{m_1\cdot m}{r_1}-G\frac{m_2\cdot m}{r_2}=-6'67\cdot 10^{-11}\left(\frac{10\cdot 4}{3}+\frac{5\cdot 4}{4}\right)=-1'22\cdot 10^{-9}$$

$$E_{pg}(C)=E_{pg1}(C)+E_{pg2}(C)=-G\frac{m_1\cdot m}{r_1^*}-G\frac{m_2\cdot m}{r_2^*}=-6'67\cdot 10^{-11}\left(\frac{10\cdot 4}{4}+\frac{5\cdot 4}{3}\right)=-1'11\cdot 10^{-9}$$

Luego: $\underset{C\rightarrow O}{W(\vec{F}_g)}=-\left[-1'22\cdot 10^{-9}+1'11\cdot 10^{-9}\right]=1'1\cdot 10^{-10}$ Julios

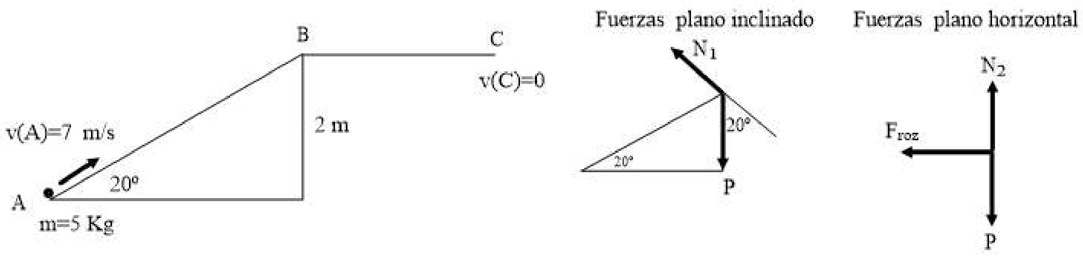
El trabajo es positivo, esto significa que las fuerzas gravitatorias que producen las masas m_1 y m_2 mueven a la masa de 4 kg desde C hasta O directamente.

a) Sobre una partícula que describe una trayectoria cerrada actúan distintas fuerzas. Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) El trabajo de las fuerzas conservativas es mayor que cero. ii) El trabajo de la fuerza de rozamiento, que actúa en sentido opuesto al desplazamiento, es mayor que cero.
b) Un bloque de masa 5 kg se lanza hacia arriba con una velocidad inicial de $7\ m \cdot s^{-1}$ por un plano inclinado 20º respecto a la horizontal y sin rozamiento. El bloque asciende hasta una altura de 2 m y, a continuación, se desplaza por un plano horizontal con rozamiento. i) Realice un esquema de las fuerzas ejercidas sobre el bloque en cada superficie. ii) Calcule la velocidad del bloque cuando llega al final del plano inclinado. iii) Calcule el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento desde el instante inicial hasta que el cuerpo se detiene.
$g = 9'8\ m \cdot s^{-2}$
FISICA. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) i) El trabajo de las fuerzas conservativas se calcula como: $\underset{A \to B}{W(\vec{F}_c)} = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right]$, como la trayectoria es cerrada $\Rightarrow A = B \Rightarrow E_p(B) = E_p(A) \Rightarrow \underset{A \to A}{W(\vec{F}_c)} = 0$. Luego, la afirmación es FALSA.

ii) $W(\vec{F}_{roz}) = \vec{F}_{roz} \cdot \vec{d} = F_{roz} \cdot d \cdot \cos\alpha$
Como la fuerza de rozamiento se opone al desplazamiento
$\Rightarrow \alpha = 180º \Rightarrow \cos 180º = -1 \Rightarrow W(\vec{F}_{roz}) = -F_{roz} \cdot d < 0$. Luego, la afirmación es FALSA
b) i)



ii) Principio de conservación de la energía mecánica entre A y B

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(B) \Rightarrow \cancel{E_{pg}(A)} + E_c(A) = E_{pg}(B) + E_c(B) \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = mgh(B) + \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} 7^2 = 9'8 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{9'8} = 3'13\ m/s$$

iii) Balance de energías entre B y C

$$E_{mec}(B) = E_{mec}(C) + \left|\underset{BC}{W(F_{roz})}\right| \Rightarrow E_c(B) + E_{pg}(B) = E_c(C) + E_{pg}(C) + \left|\underset{BC}{W(F_{roz})}\right| \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 = \left|\underset{BC}{W(F_{roz})}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underset{BC}{W(F_{roz})} = -\frac{1}{2} 5 \cdot 9'8 = -24'5 \text{ Julios}$$

Como no hay rozamientos en el tramo AB, entonces: $\underset{ABC}{W(F_{roz})} = -24'5$ Julios

a) Una partícula se desplaza entre dos puntos siguiendo una determinada trayectoria. Sobre la partícula actúan fuerzas conservativas y no conservativas, que en total realizan un trabajo W. Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) W es igual a la variación de energía cinética de la partícula. ii) $W = -\Delta E_p$, donde E_p es la energía potencial.

b) Un cuerpo de masa 2 kg desciende por un plano con rozamiento inclinado 30º respecto a la horizontal, con una velocidad inicial de $2\ m \cdot s^{-1}$. i) Realice un esquema de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando desliza por el plano. ii) Calcule, usando consideraciones energéticas, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento cuando el cuerpo ha recorrido 1,5 m sobre el plano, sabiendo que su velocidad en ese momento es de $4\ m \cdot s^{-1}$.

$g = 9'8\ m \cdot s^{-2}$

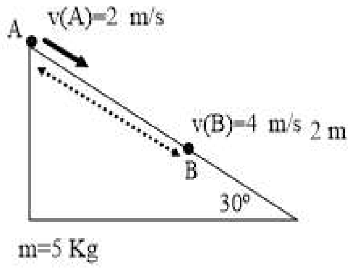
FISICA. 2024. RESERVA 2. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

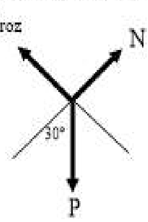
a) i) La afirmación es cierta, ya que el enunciado del teorema de la energía cinética dice que $W = \Delta E_c$.

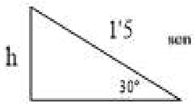
ii) La afirmación es falsa, ya que sólo el trabajo de las fuerzas conservativas es igual a $-\Delta E_p$ y no W.

b) i)



Esquema de fuerzas





$\text{sen } 30º = \frac{h}{1'5} \Rightarrow h = 1'5 \cdot \text{sen } 30º = 0'75\text{m}$

ii) Balance de energía entre A y B

$$E_{mec}(A) = \cancel{E_{mec}(B)} + \left|\underset{AB}{W}(F_{roz})\right| \Rightarrow \left|\underset{AB}{W}(F_{roz})\right| = \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + mgh - \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 =$$

$$= \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 9'8 \cdot 0'75 - \frac{1}{2} 2 \cdot 4^2 = 2'7 \Rightarrow \left|\underset{AB}{W}(F_{roz})\right| = -2'7 \text{ Julios}$$

a) i) Enuncie la tercera ley de Kepler identificando las magnitudes involucradas y sus unidades en el S.I. ii) Dos satélites describen órbitas circulares alrededor de un planeta de masa M. Si el radio de la primera órbita es el doble que el de la segunda, razone la relación que existe entre los periodos orbitales de los satélites.

b) Un satélite de masa 200 kg describe una órbita circular a una altura de $2\cdot 10^4$ km sobre la superficie de un planeta de 6000 km de radio. El periodo orbital del mismo es de 1 día terrestre. Determine: i) la masa del planeta; ii) la diferencia entre las energías cinéticas en dicha órbita y en otra a la mitad de altura.

$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$

FISICA. 2024. RESERVA 2. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) i) El cuadrado del periodo partido por el semieje de la órbita elíptica al cubo es constante e igual a $\frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

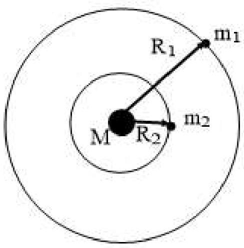
T tiempo en dar una vuelta completa (s)

a semieje mayor de la elipse (m)

G constante de gravitación universal ($N\cdot m^2\cdot Kg^{-2}$)

M masa del Sol o del cuerpo alrededor del que gira (Kg)

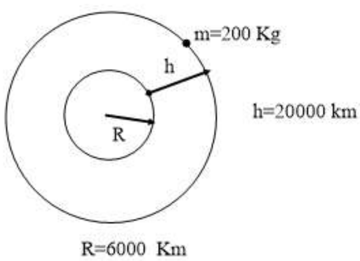
ii)



Sabemos que: $R_1 = 2R_2$, luego, utilizando la 3ª Ley de Kepler:

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = \left(\frac{2R_2}{R_2}\right)^3 = 8 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{8} \Rightarrow T_1 = \sqrt{8}\cdot T_2$$

b) i)



Por la 3ª Ley de Kepler: $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 (26.000.000)^3}{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot (24 \cdot 3600)^2} = 1'4 \cdot 10^{24}$ Kg

ii) $R_1 = R_p + h = 6 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^7 = 2'6 \cdot 10^7$ m

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m \cdot G \frac{M_p}{R_1} = \frac{1}{2} 200 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{1'4 \cdot 10^{24}}{2'6 \cdot 10^7} = 3'59 \cdot 10^8 \text{ Julios}$$

$$R_2 = R_p + \frac{h}{2} = 6 \cdot 10^6 + 10^7 = 1'6 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m \cdot G \frac{M_p}{R_2} = \frac{1}{2} 200 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{1'4 \cdot 10^{24}}{1'6 \cdot 10^7} = 5'84 \cdot 10^8 \text{ Julios}$$

$$\Delta E_c = E_{c1} - E_{c2} = 3'59 \cdot 10^8 - 5'84 \cdot 10^8 = -2'25 \cdot 10^8 \text{ Julios}$$

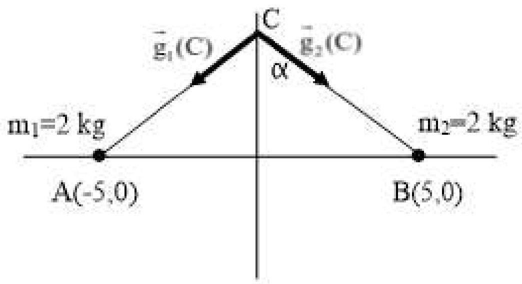
a) Considere la fuerza gravitatoria que una partícula ejerce sobre otra. Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) Es una fuerza central. ii) Su módulo es directamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las partículas.
b) Dos partículas iguales de masa 2 kg están situadas en los puntos $A(-5,0)\,m$ y $B(5,0)\,m$. Calcule razonadamente: i) el campo gravitatorio creado en el punto $C(0,4)\,m$ y represéntelo gráficamente; ii) el trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando se traslada una tercera masa de 1 kg desde el punto C hasta el punto $O(0,0)\,m$. Justifique el signo del trabajo.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\,N\,m^2\,kg^{-2}$
FISICA. 2024. RESERVA 3 EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a) i) La fuerza gravitatoria es una fuerza central porque tiene la dirección de centro de una masa M a centro de otra masa m. La afirmación es verdadera.

ii) Ley de gravitación universal: $F_g = G\dfrac{M\cdot m}{r^2}$. Como vemos la fuera gravitatoria es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Luego, la afirmación es falsa.

b) i)



Principio de superposición: $\vec{g}(C) = \vec{g}_1(C) + \vec{g}_2(C)$

$$\left|\vec{g}_1(C)\right| = G\frac{m_1}{r_1^2} = 6,67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{2}{41} = 3'25\cdot 10^{-12}$$

Luego, $\vec{g}(C) = 2\left|\vec{g}_1(C)\right|\cos\alpha\,(-\vec{j}) = -4'1\cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ m/s^2$

ii) Sabemos que, al ser las fuerzas gravitatorias fuerzas conservativas

$$\underset{C\to O}{W(\vec{F}_g)} = -\left[E_{pg}(O) - E_{pg}(C)\right]$$

Principio de superposición:

$$E_{pg}(O) = E_{pg1}(O) + E_{pg2}(O) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{r_2} = -6'67 \cdot 10^{-11}\left(\frac{2 \cdot 1}{5}\right) \cdot 2 = -5'34 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$E_{pg}(C) = E_{pg1}(C) + E_{pg2}(C) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r_1^*} - G\frac{m_2 \cdot m}{r_2^*} = -6'67 \cdot 10^{-11}\left(\frac{10 \cdot 4}{\sqrt{41}}\right) \cdot 2 = -4'17 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

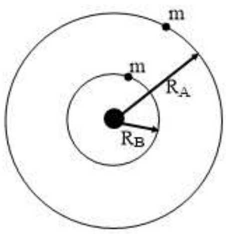
Luego: $\underset{C \to O}{W(\vec{F}_g)} = -\left[-5'34 \cdot 10^{-11} + 4'17 \cdot 10^{-11}\right] = 1'17 \cdot 10^{-11}$ Julios

El trabajo es positivo, esto significa que las fuerzas gravitatorias mueven la masa de 1 Kg desde C hasta O de forma espontánea.

a) Dos planetas A y B describen órbitas circulares alrededor de una estrella. Razone cuál de los dos planetas tiene mayor energía cinética en las siguientes situaciones: i) ambas masas son iguales y el radio de la órbita del planeta A es mayor que el de B; ii) los radios de sus órbitas son iguales pero la masa del planeta B es mayor que la de A.
b) La masa del planeta Saturno es 95 veces la de la Tierra y su diámetro 8 veces mayor que el terrestre. Determine: i) el valor de la gravedad en la superficie de Saturno; ii) la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de Saturno.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}\ ;\ g_{Tierra} = 9'8\ m \cdot s^{-2}\ ;\ M_{Saturno} = 5'69 \cdot 10^{26}\ Kg}$
FISICA. 2024. RESERVA 3. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) i)



La velocidad orbital se calcula a partir de la 2ª Ley de Newton aplicada al planeta

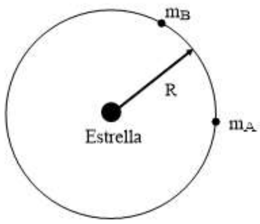
$\vec{F}_g = m \cdot \vec{a}$ $\quad$ $\vec{F}_g =$ fuerza gravitatoria
$m =$ masa del planeta
$\vec{a} =$ aceleración del planeta

Por la Ley de gravitación universal: $F_g = G\dfrac{M_E \cdot m}{R^2} = m \cdot \dfrac{v^2}{R} \Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\dfrac{M_E}{R}}$

$$\left.\begin{array}{l} E_{c\,A} = \dfrac{1}{2}mv_A^2 = \dfrac{1}{2}m \cdot G\dfrac{M_E}{R_A} \\ E_{c\,B} = \dfrac{1}{2}mv_B^2 = \dfrac{1}{2}m \cdot G\dfrac{M_E}{R_B} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{E_{c\,A}}{E_{c\,B}} = \frac{\dfrac{1}{2}m \cdot G\dfrac{M_E}{R_A}}{\dfrac{1}{2}m \cdot G\dfrac{M_E}{R_B}} = \frac{R_B}{R_A} < 1$$

Luego, tiene más energía cinética el planeta más cercano a la estrella.

ii)



Sabemos que $m_B > m_A \Rightarrow \dfrac{m_A}{m_B} < 1$

La v es la misma para los dos planetas, ya que no depende de la masa de los planetas

$$\left.\begin{array}{l} E_{c\,A}=\dfrac{1}{2}m_A v^2 \\ E_{c\,B}=\dfrac{1}{2}m_B v^2 \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{E_{c\,A}}{E_{c\,B}}=\frac{\frac{1}{2}m_A v^2}{\frac{1}{2}m_B v^2}=\frac{m_A}{m_B}<1$$

Luego, tiene más energía cinética el planeta de más masa

b) Sabemos que: $\begin{cases} M_S=95M_T \\ D_S=8D_T \Rightarrow 2R_S=8\cdot 2R_T \Rightarrow R_S=8R_T \end{cases}$

i) Calculamos la gravedad en la superficie de Saturno

$$g_S=G\frac{M_S}{R_S^2}=G\frac{95M_T}{(8R_T)^2}=\frac{95}{64}G\frac{M_T}{R_T^2}=\frac{95}{64}\cdot 9'8=14'55\ m/s^2$$

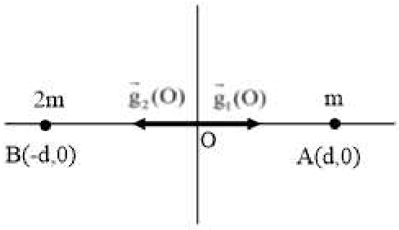
ii) $g_S=G\dfrac{M_S}{R_S^2}\Rightarrow 14'55=6'67\cdot 10^{-11}\dfrac{5'69\cdot 10^{26}}{R_S^2}\Rightarrow R_s=\sqrt{\dfrac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'69\cdot 10^{26}}{14'55}}=5'1\cdot 10^{7}\ m$

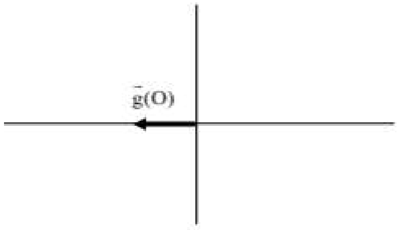
Luego: $v_{escape}=\sqrt{2G\dfrac{M_S}{R_S}}=\sqrt{2\cdot 6'67\cdot 10^{-11}\dfrac{5'69\cdot 10^{26}}{5'1\cdot 10^{7}}}=38.578'8\ m/s$

a) Una partícula puntual de masa m está situada en el punto $A(d,0)$ y otra de masa 2m está situada en el punto $B(-d,0)$. Deduzca razonadamente la expresión del campo gravitatorio en el origen de coordenadas y represéntelo.
b) Un triángulo equilátero de lado 6 m se sitúa con su base sobre el eje OX. En los dos vértices de dicha base se sitúan dos partículas puntuales de masa 3 kg. Calcule razonadamente: i) el campo gravitatorio creado por las dos masas en el tercer vértice, ayudándose de un esquema; ii) el potencial gravitatorio en ese tercer vértice, asumiendo que en el infinito el potencial es nulo; iii) el trabajo realizado por el campo gravitatorio para traer una masa de 1 kg desde el infinito hasta ese punto. Justifique el signo del trabajo.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N\, m^2\, kg^{-2}}$
FISICA. 2024. RESERVA 4. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a)





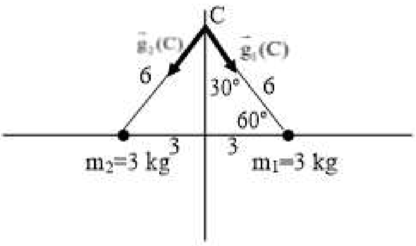
Principio de superposición: $\vec{g}(O) = \vec{g}_1(O) + \vec{g}_2(O)$

$$\left|\vec{g}_1(O)\right| = G\frac{m}{d^2}$$

$$\left|\vec{g}_2(O)\right| = G\frac{2m}{d^2}$$

Luego, $\vec{g}(O) = \left(G\frac{m}{d^2} - G\frac{2m}{d^2}\right)\vec{i} = -G\frac{m}{d^2}\vec{i} \quad m/s^2$

b) i)



Principio de superposición: $\vec{g}(C) = \vec{g}_1(C) + \vec{g}_2(C)$

$$\left|\vec{g}_1(C)\right| = G\frac{m_1}{r_1^2} = 6,67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{3}{6^2} = 5'56\cdot 10^{-12} = \left|\vec{g}_2(C)\right|$$

Por simetría, al sumar $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$, las componentes x se anulan y las componentes y de suman,

luego, $\vec{g}(C) = 2\left|\vec{g}_1(C)\right|\cdot\cos 30^{\circ}(-\vec{j}) = -9'63\cdot 10^{-12}\ \vec{j}\quad m/s^2$

ii) $V_g(C) = V_{g1}(C) + V_{g2}(C) = -G\frac{m_1}{r_1} - G\frac{m_2}{r_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\frac{3}{6}\cdot 2 = -6'67\cdot 10^{-11}\ J/Kg$

iii) Sabemos que, al ser las fuerzas gravitatorias fuerzas conservativas:

$$\underset{\infty\to C}{W(\vec{F}_g)} = -\left[E_{pg}(C) - E_{pg}(\infty)\right] = -m\cdot V_g(C) = -1\cdot(-6'67\cdot 10^{-11}) = 6'67\cdot 10^{-11}\ \text{Julios}$$

El signo es positivo porque las fuerzas gravitatorias son atractivas y traen la partícula de 1 Kg desde el infinito hasta el punto C sin que sea necesaria ninguna fuerza externa.

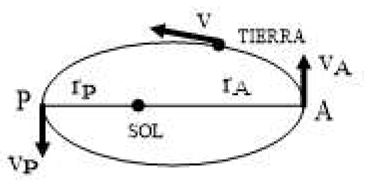
a) El perihelio (P) y el afelio (A) son los puntos de la órbita elíptica de la Tierra que se encuentran más cerca y más lejos del Sol, respectivamente, siendo r_P y r_A las distancias de la Tierra al Sol en P y en A. Encuentre razonadamente la relación que existe entre las velocidades orbitales de la Tierra en P y A, y justifique en cuál de los dos puntos se desplaza la Tierra más rápidamente. b) Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba desde la superficie terrestre con una velocidad inicial de $2\cdot 10^3\ m\cdot s^{-1}$. i) Calcule la altura máxima que alcanza el objeto. ii) Una vez alcanzada dicha altura, ¿cuál es su velocidad de escape?

$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$; $M_T = 5'98\cdot 10^{24}$ Kg ; $R_T = 6370$ km

FISICA. 2024. RESERVA 4. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a)



Principio de conservación del momento angular

$$\vec{L} \text{ constante para la Tierra} \Rightarrow \vec{L}_P = \vec{L}_A \Rightarrow \vec{r}_P \times M_T \cdot \vec{v}_P = \vec{r}_A \times M_T \cdot \vec{v}_A \Rightarrow \text{sus módulos iguales} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_P M_T v_P \operatorname{sen} 90^o = r_A M_T v_A \operatorname{sen} 90^o \Rightarrow r_P v_P = r_A v_A \Rightarrow \frac{v_P}{v_A} = \frac{r_A}{r_P}$$

Como $r_A > r_P \Rightarrow \frac{r_A}{r_P} > 1 \Rightarrow \frac{v_P}{v_A} > 1 \Rightarrow v_P > v_A$

La velocidad en P es mayor que la velocidad en A. Esto es asi, ya que la Tierra al estar más cerca del Sol debe ir más rápido para no caer dentro del Sol.

b) i) En ausencia de rozamiento se aplica el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(B) \Rightarrow E_{pg}(A) + E_c(A) = E_{pg}(B) + E_c(B) \Rightarrow -G\frac{M_T\cdot m}{R_T} + \frac{1}{2}mv_A^2 = -G\frac{M_T\cdot m}{R_T+h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -G\frac{M_T}{R_T} + \frac{1}{2}v_A^2 = -G\frac{M_T}{R_T+h} \Rightarrow -6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}}{6.370.000} + \frac{1}{2}(2000)^2 = -6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}}{6.370.000+h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -60.616.326 = -\frac{3'98\cdot 10^{14}}{6.370.000+h} \Rightarrow h = \frac{3'98\cdot 10^{14}}{60.616.326} - 6.370.000 = 210.174\ m$$

ii) $v_{escape} = \sqrt{2G\frac{M_T}{R_T+h}} = \sqrt{2\cdot 6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}}{6.580.174}} = 11.010'57\ m/s$

a) Nuestra galaxia vecina, Andrómeda, tiene una masa 1’5 veces la masa de la Vía Láctea. A escala galáctica ambas se pueden considerar como dos masas puntuales. i) Justifique razonadamente si existe algún punto entre las galaxias donde se anule el campo gravitatorio originado por ambas. En caso afirmativo, determine la relación entre las distancias de ese punto a cada galaxia. ii) ¿Se anula el potencial gravitatorio en algún punto entre ambas galaxias?. Justifique su respuesta.

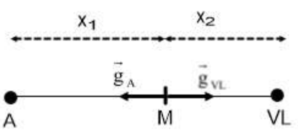
b) Se sitúa una masa puntual de 3 kg en el punto $A(0,-2)$ y otra de 2 kg en el punto $B(3,0)$ m. Calcule: i) el campo gravitatorio en el origen de coordenadas, ayudándose de un esquema; ii) el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas.

$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N\, m^2\, kg^{-2}}$

FISICA. 2024. JULIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a) i) Sabemos que: $m_A = 1'5\, m_{VL}$



Debe de existir un punto M entre las dos galaxias donde el campo gravitatorio total sea cero.
Por el principio de superposición:

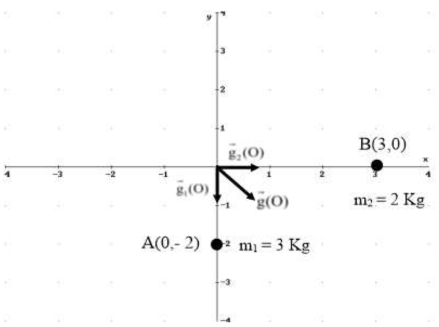
$$\vec{g}(M) = \vec{g}_A(M) + \vec{g}_{VL}(M) = 0 \Rightarrow \left|\vec{g}_A(M)\right| = \left|\vec{g}_{VL}(M)\right| \Rightarrow G\frac{m_A}{x_1^2} = G\frac{m_{VL}}{x_2^2} \Rightarrow \frac{1'5 m_{VL}}{x_1^2} = \frac{m_{VL}}{x_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_1^2}{x_2^2} = 1'5 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \sqrt{1'5}$$

ii) Aplicando el principio de superposición: $V_g(x) = V_{g_A}(x) + V_{g_{VL}}(x) = -G\frac{m_A}{x_A} - G\frac{m_{VL}}{x_{VL}} \neq 0$

Esta suma no puede dar 0, ya que es la suma de dos números negativos. Luego, no hay un punto x entre ambas galaxias donde el potencial gravitatorio total sea 0.

b)



i) Principio de superposición: $\vec{g}(O) = \vec{g}_1(O) + \vec{g}_2(O)$

$$\left|\vec{g}_1(O)\right| = G\frac{m}{r_1^2} = 6,67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{3}{2^2} = 5\cdot 10^{-11}$$

$$\left|\vec{g}_2(O)\right| = G\frac{m}{r_2^2} = 6,67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{2}{3^2} = 1'48\cdot 10^{-11}$$

Luego, $\vec{g}(O) = 1'48\cdot 10^{-11}\,\vec{i} - 5\cdot 10^{-11}\,\vec{j}\ \ N/kg$

ii) Principio de superposición:

$$V_g(O) = V_{g1}(O) + V_{g2}(O) = -G\frac{m_1}{r_1} - G\frac{m_2}{r_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right) = -1'45\cdot 10^{-10}\ \ J/kg$$

a) Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) Si sobre una partícula sólo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica aumenta. ii) Si sólo actúan fuerzas de rozamiento en sentido contrario al desplazamiento, la energía mecánica de una partícula aumenta.
b) Una masa de 5 kg se lanza hacia abajo por un plano inclinado sin rozamiento 15º respecto de la horizontal con velocidad inicial de $3\ m\cdot s^{-1}$. Tras recorrer 2 m a lo largo del plano inclinado llega a una superficie horizontal con rozamiento. Cuando ha recorrido 2 m sobre la superficie horizontal, su velocidad es de $1\ m\cdot s^{-1}$. i) Represente un diagrama de las fuerzas sobre la masa en cada superficie. ii) Utilizando consideraciones energéticas, calcule el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en el recorrido descrito. iii) Calcule el coeficiente de rozamiento en el tramo horizontal.
$g = 9'8\ m\cdot s^{-2}$
FISICA. 2024. JULIO. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) i) Falso. Ya que contradice el principio de conservación de la energía mecánica. Según el teorema de la energía cinética el trabajo total de todas las fuerzas equivale a una variación de la energía cinética del cuerpo sobre el que actúan.

$$W_{Total} = \Delta E_c$$

Según el teorema de la energía potencial, el trabajo realizado por las fuerzas conservativas equivale a una disminución de la energía potencial.

$$W_{f.cons} = -\Delta E_p$$

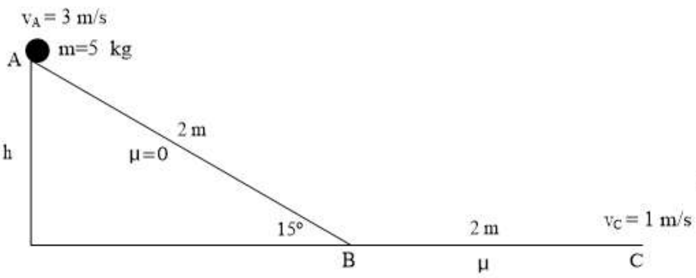
Luego: $W_{Total} = W_{f.cons} + W_{f.nocons} \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p$

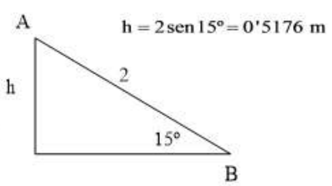
Y como: $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = -\Delta E_p + \Delta E_p = 0 \Rightarrow$ La energía mecánica se conserva.

ii) Falso. La fuerza de rozamiento es no conservativa. Si aplicamos los teoremas anteriores, tenemos que:

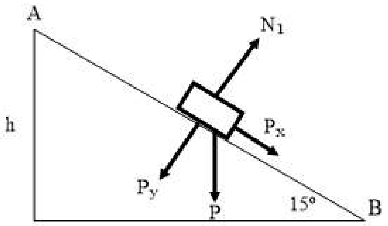
$$W_{Total} = W_{f.cons} + W_{f.no\ cons} \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p + W_{f.no\ cons} \Rightarrow W_{f.no\ cons} = W_{roz} = \Delta E_m +$$

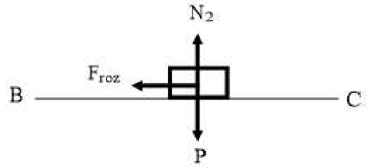
Como el trabajo de rozamiento es negativo, ya que la fuerza de rozamiento es contraria al desplazamiento, ese incremento es negativo, luego, la energía mecánica disminuye.
b)





i) Esquema de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo





ii) En el tramo AB no hay trabajo de la fuerza de rozamiento, ya que no hay rozamiento.
Hacemos un balance de energía en el tramo BC

$$E_{mec}(B)=E_{mec}(C)+|W_{BC}(F_{roz})| \Rightarrow E_c(B)+\cancel{E_{pg}(B)}=E_c(C)+\cancel{E_{pg}(C)}+|W_{BC}(F_{roz})| \Rightarrow E_c(B)=E_c(C)+|W_{BC}(F_{roz})|$$

En el tramo AB, por el principio de conservación de la energía mecánica, tenemos que:

$$E_c(A)+E_{pg}(A)=E_c(B)+\cancel{E_{pg}(B)} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2+mgh_A=E_c(B) \Rightarrow E_c(B)=\frac{1}{2}5\cdot 3^2+5\cdot 9'8\cdot 0'5176=47'86\ J$$

Luego: $E_c(B)=E_c(C)+|W_{BC}(F_{roz})| \Rightarrow 47'86=\frac{1}{2}5\cdot 1^2+|W_{BC}(F_{roz})| \Rightarrow |W_{BC}(F_{roz})|=45'36\ J$

Por lo tanto: $W_{BC}(F_{roz})=-45'36\ J$

iii)

$$W_{BC}(F_{roz})=F_{roz}\cdot e\cdot \cos 180^\circ=\mu\cdot m\cdot g\cdot e\cdot \cos 180^\circ=\mu\cdot 5\cdot 9'8\cdot 2\cdot(-1)=-45'36 \Rightarrow \mu=0'463$$